

DE LA NÉCESSITÉ DE PRODUIRE DES LISTES DANS L'ÉCOLE À LA POSSIBILITÉ DE THÉORISER UNE NOTION MATHÉMATIQUE, LA RELATION D'ÉQUIVALENCE

■■■■■■■■■■
**Christiane Berruto,
 Stéphane Oualid,
 Mireille Teppa**
 ■■■■■■■■■■

Cet article s'inscrit dans la continuité d'un premier texte, inséré dans le dossier des A.L. n°124, *De l'expérience aux langages, intitulé Quand la recherche sur les langages remet en cause une organisation d'école...*, dans lequel était décrit comment une équipe a été amenée à relire et réécrire les fonctions et fonctionnements de son école maternelle à partir de l'approfondissement de son engagement dans les Recherches de l'AFL. Ce sont les premières analyses de cette nouvelle organisation scolaire ainsi que des situations privilégiant le recours spontané des enfants aux langages oral ou mathématique que ces lignes tentent d'explicitier.

Accueillir des enfants dans une école maternelle, permettre à leurs parents de les retrouver facilement en fin de journée tout en tenant compte des horaires et jours fixés et imposés par l'Institution, constituent les premières questions à résoudre lorsqu'une équipe envisage une autre organisation de son école et de son fonctionnement. Répartir la totalité des élèves en groupe(s) classe de taille semblable, octroyer à chaque groupe, pour l'année scolaire, un adulte responsable et lui attribuer une salle précise et repérée, demeurent, à ce jour semble-t-il, la solution la plus efficace pour démarrer et terminer chaque journée scolaire.

Cependant, lorsqu'il s'agit ensuite d'envisager les activités de la journée, le regroupement par classe et le découpage en tranches horaires fixes, suivant un emploi du temps inamovible, s'avèrent très handicapants et créent rapidement de réelles difficultés pour une mise en place performante. L'unité classe est rarement compatible avec la taille nécessaire pour un travail productif. Les activités, en général, relèvent de groupes à effectif beaucoup plus important ou beaucoup plus réduit que celui d'une classe, appelés à se modifier, à fluctuer tout au long de la journée, pour s'adapter aux exigences des actions. Ainsi, les élèves tout comme les adultes doivent avoir la possibilité d'évoluer, durant les 6 à 9 heures où ils sont présents dans l'école, dans différents groupes selon les activités au sens large dans lesquels ils s'inscrivent.



EN SAVOIR +
 SUR LES NOTES
 DES ARTICLES
[www.lecture.org/
 notes125.html](http://www.lecture.org/notes125.html)

Pour se donner les moyens d'un fonctionnement différent, l'équipe de l'école maternelle Édouard Vaillant a dû inventer, tester, réajuster d'autres façons d'envisager l'organisation et la planification d'une structure de 180 enfants et 25 adultes. Depuis le début de l'année scolaire 2013/2014, des listes essentiellement d'élèves, à la fois permanentes et évolutives, se font, se défont et se refont régulièrement pour répondre à ces nouvelles exigences : on rencontre au hasard des couloirs et des salles, les listes des élèves par classe, par activité proposée, celle des élèves inscrits à la cantine, celle des participants à la prochaine sortie, celle des élèves désirant emprunter un livre en BCD, la répartition des TPS et PS par dortoir... Toutes affichent un même et double but : permettre aux adultes et enfants de fonctionner tout en octroyant à chacun la possibilité de se situer dans l'organisation de l'école. La plupart de ces listes ont été élaborées collectivement par les groupes qui en ont eu besoin à un instant donné. Présentées généralement en colonnes, les éléments se succédant les uns en dessous des autres, certaines peuvent également apparaître sous la forme d'un tableau à double entrée, croisant, par exemple, les différentes actions organisées en fonction des jours de la semaine.

Sur la première période, de septembre aux vacances d'automne, il est apparu indispensable, d'avoir recours à l'élaboration de toutes ces listes, outil s'affirmant comme le plus efficace pour organiser et planifier la vie du groupe. La totalité des enfants y a été confronté et ont dû y avoir recours quotidiennement pour avancer dans leur(s) projet(s), repérer les lieux où ils devaient se rendre... avoir toutes les chances de parvenir à la réussite de leurs initiatives. C'est, à partir du mois de novembre, après deux mois de manipulation intensive et de pratique régulière qu'un retour réflexif est envisagé par les enseignants pour un

groupe d'élèves clairement repérés. Tout d'abord, les enfants concernés sont invités à reprendre ces écrits, à clarifier leur raison d'être et leurs conditions d'utilisation. Dans un deuxième temps, l'enseignant envisage avec eux d'en étudier la spécificité et de décrire les compétences nécessaires à leur élaboration. Pour l'adulte, il s'agit d'exploiter une période antérieure de production et d'articuler une phase de théorisation suivie de temps de systématisation puis d'entraînement visant l'acquisition de nouvelles compétences. Sur l'ensemble de ces séances, décrochées de l'action première, l'objectif principal sera d'observer et théoriser les langages à l'œuvre.

À l'école, comme ailleurs, enfants et adultes sont amenés à user de l'écrit, en l'occurrence ici des listes, dans une infinité de situations tantôt pour en lire, tantôt pour en produire. *L'usage des listes dans la vie quotidienne s'est banalisé au point d'en oublier qu'il s'agit d'une forme caractéristique des premiers usages de l'écriture. L'importance prise par ces listes est alors liée en grande partie aux besoins d'une économie et d'une organisation étatique complexe. Une activité comme la mise en liste a contribué au développement de l'histoire et des sciences d'observation ainsi qu'à la recherche et la définition de schémas classificatoires¹.*

Les listes « inventaire » dont l'école a eu besoin servent à trier les données à conserver sur des périodes plus ou moins longues. Elles donnent à la parole une forme permanente, offrent la possibilité d'examiner les énoncés, de les manipuler, de les réordonner. La liste, par son agencement, sa disposition spatiale, a pour effet de rendre visibles et lisibles les informations. Les mots, en l'occurrence les prénoms, peuvent beaucoup plus aisément apparaître comme séparés des choses quand, grâce à l'écriture, ils acquièrent une existence apparemment autonome. *Coups de l'émotion*

de l'expérience, ils rejoignent le domaine de l'abstraction, celui de la pensée. Ils sortent du contexte du récit, empruntant celui des savoirs. La liste permet des activités d'hyper généralisation et transforme aussi les représentations du monde permettant aux enfants de maîtriser abstraitement la réalité².

Théorisation d'un écrit spécifique : la liste

Sur cette phase de théorisation, les groupes d'enfants sont préparés par les adultes en fonction des degrés de connaissance et de maîtrise des éléments à étudier. Ce retour sur les listes établies en début d'année concernera l'ensemble des GS. Ceux-ci ont largement participé à l'accueil des nouveaux élèves. Il est temps pour eux de retrouver une identité et une spécificité. L'emploi du temps de la journée va être modifié pendant 3 semaines : une nouvelle organisation des après-midis est mise en place, les 44 GS se retrouvent ensemble, encadrés par 3 enseignants autour de 3 activités : **1) le lancement du prêt BCD en autonomie ; 2) le lancement de l'entraînement sur Idéographix ; 3) la théorisation de l'écrit « liste ».**

Plusieurs théorisations sont envisageables pour cet écrit : veut-on travailler avec les élèves sur les choix possibles d'écriture d'une liste avec la prise en compte et la gestion de l'espace (écriture en colonne, écriture en tableau, choix des mots...) ? Veut-on travailler sur la mise à jour et l'élaboration de critères spécifiques

conduisant à la constitution d'une liste ? La première piste engage une théorisation de l'« écrit liste » parmi d'autres types d'écrits, la seconde entraîne vers la prise en compte d'éléments mathématiques. Dans ce second cas, il faudra parvenir à concevoir que l'élaboration de chaque liste a nécessité de déterminer clairement un ou plusieurs critères, qui, appliqués à un ensemble constitué de tous les élèves de l'école, a abouti à une partition en sous-ensembles disjoints. Chacun de ces sous-ensembles regroupe tous les élèves qui vérifient les critères choisis.

Ces GS ont vécu des expériences variées en évoluant dans des groupes différents, mais elles ont toutes été confrontées, dans l'action, à la manipulation et au fonctionnement de listes. Constituer une collection à partir d'une liste, inventer la liste comme moyen de se rappeler une collection ou d'en communiquer le contenu, en fabriquer sont autant de situations que les élèves sont régulièrement enclins à vivre. Une liste constitue le moyen de désignation le plus simple de collections d'objets non structurées. Ce temps de théorisation doit permettre de décontextualiser, d'institutionnaliser et de généraliser des « savoirs », appréhendés en contexte en répondant à plusieurs questions au sujet de ces listes : **1) Pourquoi les a-t-on produites, dans quel but ? 2) Comment s'y est-on pris pour les construire, les fabriquer, les élaborer ? 3) Peut-on envisager d'autres productions ?** Il s'agit de passer des listes particulières de l'école à la construction du système des éléments qui les constituent.

1 ► Jack Goody, *La raison graphique*, 1979. 2 ► Collectif AFL, *L'enfance de lire*, p.57, 2005.



Le groupe a travaillé à partir d'un corpus de listes sélectionnées parmi celles existant dans l'école. Pour aider le travail d'abstraction, pour conserver la genèse de la réflexion collective, des prises de notes ont été régulièrement organisées autour des éléments étudiés. Une fois dépassé le temps de l'énumération systématique des informations présentes dans le texte, les premières séances ont porté essentiellement sur la forme de ce type d'écrit et son architecture de surface.

Ces listes confèrent une unité à un ensemble d'objets qui, bien que dissemblables, obéissent à une pression contextuelle : ils se retrouvent apparentés par le fait d'être tous présents ou attendus dans le même lieu ou par le fait de constituer le but d'un projet donné. Ces listes ne sont jamais incongrues pour celui qui identifie les critères d'assemblage qui les régissent. Les raisons de la production, la nécessité, le plus souvent, de disposer en un clin d'œil d'une trace du groupe dans sa totalité, en ont justifié la forme.

Rapidement, le groupe a pris conscience que même si quelques listes ne portent pas de titre, les éléments qui les constituent ont un point commun facilement repérable et identifiable. La notion de critère émerge assez naturellement de la réflexion collective. Ce critère va permettre de donner un titre à chaque liste du corpus puis de lancer une première tentative de généralisation : le groupe part à la recherche d'autres listes dans l'environnement proche. Toutes celles retrouvées au

sein de l'école puis à l'extérieur sont alors affichées : charge au groupe d'énoncer le critère qui a permis de les constituer, de vérifier que tous les éléments qui s'y trouvent répondent bien au critère énoncé, que la liste est complète, qu'aucun élément n'a été oublié : la liste des courses, celle des jours de la semaine, du trousseau de classe verte, des livres empruntés... Toutes confirment ce qui vient d'émerger et d'être entrevu, toutes enrichissent les premiers constats et participent à la généralisation de savoirs.

Ainsi est reprise la liste intitulée GS. Le critère, parfaitement repéré, est vérifié : tous les prénoms inscrits correspondent-ils à des élèves de GS ?... Une autre question en découle : tous les GS sont-ils bien inscrits sur cette liste ? Ainsi une deuxième notion liée à ce type d'écrit est mise à jour : certains critères peuvent entraîner une partition de l'ensemble des éléments de départ.... Deux seuls choix sont possibles dans ce cas : un élève appartient ou n'appartient pas aux GS.

Généralisation de cet écrit

Après avoir clarifié le fonctionnement des listes affichées dans l'école et conscientisé les critères qui permettraient de les établir, il a été proposé aux élèves d'en composer à leur tour. Une collection d'éléments leur a été fournie. Charge à eux, une fois identifiés et nommés, de constituer différentes partitions de cet ensemble donné en précisant les critères choisis au départ.

Afin de poursuivre dans la généralisation de certaines notions mathématiques sous-jacentes à la production et l'utilisation de listes, l'enseignant va faire appel, par la suite, à du matériel spécifique mathématique : un ensemble de blocs logiques. Depuis le début de l'année scolaire, dans chaque classe, sur le temps de l'accueil, les enfants ont tout loisir, parmi d'autres activités, de manipuler un lot de blocs logiques à leur disposition... Aucune consigne précise n'est donnée. Charge à chacun d'inventer, d'en faire un jeu de construction et de les assembler pour réaliser des formes sur les tables ou des tours à partir du sol..., d'en faire un outil de dessinateur et de s'en servir de gabarit pour reproduire des silhouettes... Vers la fin novembre, ce matériel bien connu des enfants rejoint l'espace des théorisations.

La présence des blocs logiques, dès le mois de septembre à l'accueil, a autorisé une familiarisation des élèves avec ce type d'objets et a évacué, au moment de leur utilisation en séance de théorisation, toutes les premières tentatives de jeu... Lorsqu'ils réapparaissent à des fins précises d'explicitation de savoirs, le stade de la découverte est passé. Comme pour les séances décrites précédemment, sur une nouvelle première

série, la réalisation de collections aura pour objectif principal de maîtriser les caractéristiques des différentes pièces et d'enrichir le vocabulaire nécessaire à la formulation d'énoncés corrects. Chacun devra progressivement abandonner l'énumération des différentes caractéristiques pour parvenir à la construction d'une phrase :

c'est un triangle

il est gris

il est petit

c'est un triangle gris petit.

C'est un triangle petit gris.

C'est un petit triangle gris.

Ce travail de reformulations permet de réinvestir les connaissances abordées à partir des listes sur la notion de critère. L'énoncé descriptif de chaque bloc logique s'agence selon un ordre immuable : *Taille Forme Couleur*. Les élèves, dans un premier temps, seront sollicités pour réaliser des collections à partir du lot de départ : dans ce cas, des blocs pourront être mis de côté, ignorés.

Plus tard, le même type de séances verra ses consignes se complexifier pour aboutir à la réalisation de partition d'ensembles et la constitution de classes d'équivalence : tous les blocs devront être utilisés. À partir d'un même lot de blocs logiques, en choisissant des critères variés systématiquement énoncés, seront élaborées des solutions différentes.

Constitue la liste suivante :

LGL®	classe	Petits
cantine		Histoires de famille
Anas	Sapin Ça Peint	maison
Magali D.		Au Bout du Conte
GS	Danse la forêt profonde	LGL® côté photos

Actions

Constitue la liste suivante :

LGL®	Jules	Petits
cantine		Histoires de famille
Anis	Sapin Ça Peint	Abdelquayoum
		Au Bout du Conte
Moinahalima	Mohamed	LGL® côté photos

Prénoms

Constitue la liste suivante :

Magali P.	Axelle C.	Petits
cantine	Grands	Stéphane O.
Christelle	Sapin Ça Peint	maison
Magali D.	GS 1	Magalie L.
Florence E.	Danse la forêt profonde	LGL® côté photos

Classes

Classe les éléments suivants en listes :

Au Bout du Conte	GS 1	Magalie L.	LGL®
Axelle C.	Stéphane O.	GS 2	Danse la forêt profonde
Groupe 1	Sapin Ça Peint	Groupe 4	Florence

Classe les éléments suivants en listes :

Au Bout du Conte	GS 1	Magalie L.	LGL®
Axelle C.	Stéphane O.	GS 2	Danse la forêt profonde
Groupe 1	Sapin Ça Peint	Groupe 4	Florence

La théorisation terminée, les panneaux d’institutionnalisation des savoirs réalisés, place aux exercices. Ceux-ci arrivent après un long travail de conscientisation pour stabiliser et automatiser de nouveaux éléments en cours d’acquisition. Deux entrées sont envisageables : soit, le groupe est capable de déterminer les exercices dont il a besoin et passe commande à l’adulte pour leur mise en forme ; soit l’enseignant apporte au groupe une série d’exercices dont ils prendront connaissance ensemble pour repérer les savoirs qu’il s’agit d’entraîner. Ici, les exercices portent essentiellement sur les notions de critère, d’élément et de constitution de collections. Certains exercices exigent, à partir d’ensembles constitués, de repérer le critère sous-jacent ; d’autres, à partir de critères énoncés, ouvrent sur la constitution de collections. Chaque enfant dispose d’un plan d’exercices à réaliser sur une période donnée : exercices papier et passage quotidien sur Idéographix. Régulièrement, sur cette période, des retours réflexifs permettent une prise de conscience des acquis et des difficultés persistantes. Sur ces temps d’entraînement, quel que soit le niveau ou l’âge des élèves, le groupe se trouve souvent confronté à deux types de problèmes : le degré de maîtrise du savoir en jeu mais aussi celui des compétences techniques nécessaires à la réalisation des exercices. Pour de jeunes enfants, l’organisation de la tâche peut s’avérer être un obstacle majeur et contrarier le sens même de l’activité. Le manque d’expertise devient si prégnant qu’il en fait oublier la raison première de l’exercice. C’est à l’enseignant d’anticiper cette éventualité et de programmer des temps consacrés à la méthodologie. Parmi les exercices proposés, certains, par exemple, nécessitent de découper des étiquettes afin de réaliser les collections. Ce découpage, leur stockage mais aussi

L'organisation spatiale sur la feuille sont tout autant de problèmes techniques à résoudre.... À cet effet, les enseignants ont filmé les mains des élèves en train d'agir, leur gestion de l'espace « bureau »... et ont soumis ces enregistrements au groupe pour analyser les stratégies des uns et des autres.

Rien de plus banal que l'organisation d'une rentrée en école maternelle. Dans tous les espaces, listes et tableaux fleurissent : en y recourant, en les manipulant, en en inventant, les enfants sont amenés à utiliser le langage mathématique. Revenir avec eux sur ces situations, les analyser et les théoriser, évitent qu'ils y recourent à leur insu et donnent la possibilité d'aborder avec eux certains fondamentaux d'un outil mathématique performant que représente la relation d'équivalence : concevoir, repérer ou isoler une propriété commune à un certain nombre d'éléments ; regrouper des éléments que l'on décidera équivalents à partir d'une propriété, d'une relation qu'on déterminera ; approcher les notions de partition, de classes d'équivalence, de relation d'équivalence avec ses propriétés caractéristiques (réflexivité, symétrie et transitivité).

Il semblerait, au vu de la situation décrite dans ce texte ou d'autres vécues quotidiennement à l'école, que, pour s'organiser mais aussi pour théoriser ou modéliser une action passée, pour clarifier, abstraire et maîtriser de nouveaux concepts, c'est très fréquemment le langage mathématique qui est à l'œuvre...

La mathématique secrète par nature, l'économie de pensée, et, par là, permet seule de classer, de dominer, de synthétiser, parfois en quelques brèves formules, un savoir qui, sans elle, finirait par ressembler à quelque fâcheux dictionnaire encyclopédique infiniment lourd. (André Lichnerowicz)

● **Christiane Berruto, Stéphane Oualid, Mireille Teppa**

Classe les éléments suivants en listes :

25			356
	112		4
		10	

Complète les listes suivantes :

GS 1 Groupe 1 Groupe 2	Axelle C. Magali D. Magali P.	Histoires de famille Sapin Ça Peint Au Bout du Conte
------------------------------	-------------------------------------	--

classes	actions	GS 2	Christelle B.	groupes
Danse la forêt profonde				

Complète les listes suivantes :

Lundi Mardi Mercredi	Anis Shaylice Mohamed
----------------------------	-----------------------------

prénoms	Vendredi	Jules	Laura	jours
Jehdi	Mohamed			

Complète les listes suivantes :

Florence E.	Christelle B.	Stéphane O.
-------------	---------------	-------------